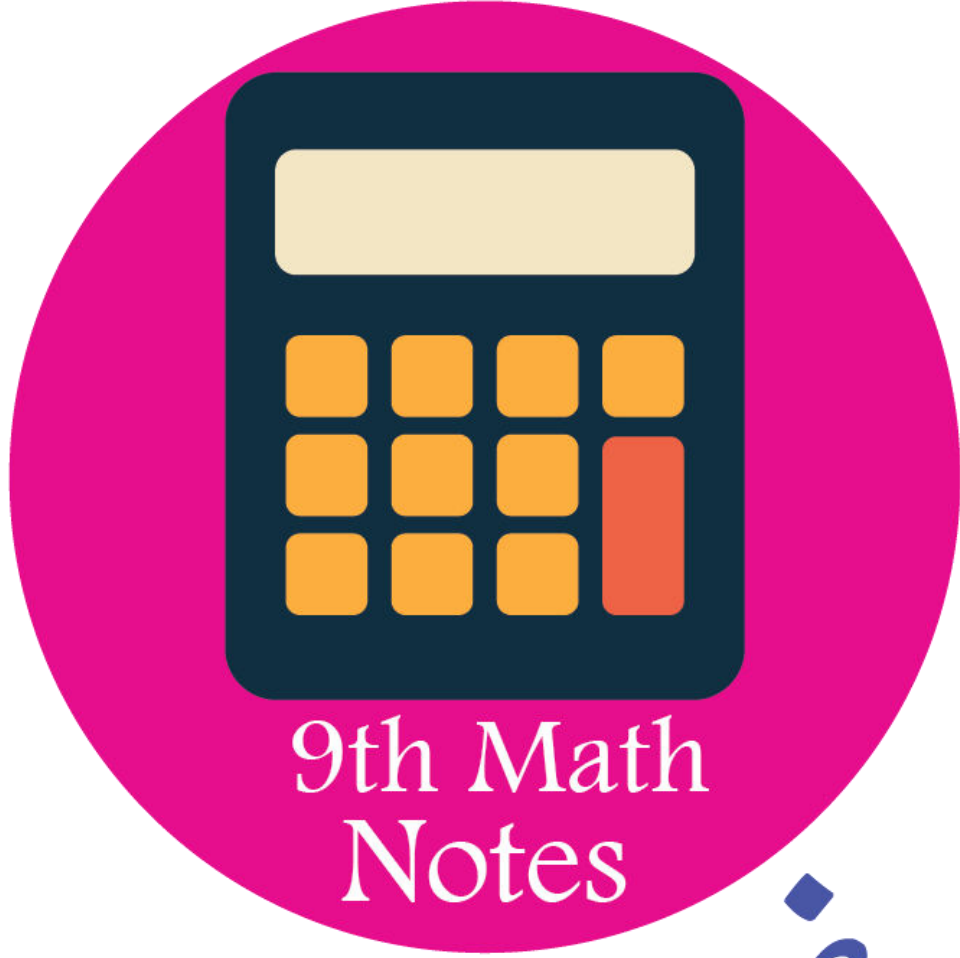


# ٹاپ سڈی نوٹس



## ریاضی کلاس نہم

### معروضی و مختصر جوابی سوالات

اگر آپ ان ٹیسٹوں اور نوٹس پر ٹیچر، یا اپنے ادارے (سکول، اکیڈمی، کالج) کے نام اور لوگو کے ساتھ استعمال کرنا چاہتے ہیں تو آپ ہم سے رابطہ کریں اس بارے میں مکمل تفصیلات اس فال کے آخری بیج پر ہے۔

## قالب اور قابلوں کا مقطع

یونٹ نمبر: 1

سوال نمبر 1۔ قالب کا تصور کس نے پیش کیا؟

جواب۔ قالب کا تصور انگلستان کے مشہور ریاضی دان آر تھر کیلے نے پیش کیا۔

سوال نمبر 2۔ قالب کی تعریف کریں۔

جواب۔ حقیقی اعداد کی مدد سے ایک بناوٹ مثلاً 1، 2، 3 اور 4 نمبروں کی مدد سے بناوٹ  $\frac{1}{3}$  کو بریکٹ میں بند کرنے  $\left[ \frac{1}{3} \quad \frac{2}{4} \right]$  کو قالب کہا جاتا ہے۔

سوال نمبر 3۔ قطار اور کالم میں کیا فرق ہے؟

جواب۔ کسی بھی قالب میں ارکان کی افقی بناوٹ کو قطار کہتے ہیں اور قطار کو R سے ظاہر کرتے ہیں اور کسی بھی قالب میں ارکان کی عمودی بناوٹ کو کالم کہتے ہیں اور کالم کو C سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

سوال نمبر 4۔ قالب کے مرتبہ سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ اگر ایک قالب M میں قطاروں کی تعداد m ہو اور کالموں کی تعداد n ہو تو قالب M کے مرتبہ کو m - by - n سے ظاہر کرتے ہیں۔

مثلاً اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  ہو تو  $A = 2 - by - 2$  کا مرتبہ

سوال نمبر 5۔ مساوی قالب کی تعریف کریں۔

جواب۔ کوئی سے دو قالب A اور B مساوی قالب کہلائیں گے اگر

(i) A کا مرتبہ = B کا مرتبہ

(ii) قالب A کا ہر رکن قالب B کے متناظرہ رکن کے برابر ہو۔

سوال نمبر 6۔ قطاری قالب کی تعریف کریں اور ایک مثال دیں۔

جواب۔ ایسا قالب جس کی صرف ایک ہی قطار ہو قطاری قالب کہلاتا ہے۔ مثلاً  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$  اور  $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$

سوال نمبر 7۔ کالمی قالب کی تعریف کریں اور ایک مثال دیں۔

جواب۔ ایسا قالب جس کا صرف ایک ہی کالم ہو، کالمی قالب کہلاتا ہے۔ مثلاً  $B = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{bmatrix}$  اور  $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

سوال نمبر 8۔ مستطیلی قالب کی تعریف کریں اور ایک مثال دیں۔

جواب۔ ایسا قالب جس میں قطاروں اور کالموں کی تعداد برابر نہ ہو مستطیلی قالب کہلاتا ہے۔ مثلاً  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$  ایک مستطیلی قالب ہے۔

سوال نمبر 9۔ مربعی قالب کی تعریف کریں اور ایک مثال دیں۔

جواب۔ ایسا قالب جس میں قطاروں اور کالموں کی تعداد برابر ہو مربعی قالب کہلاتا ہے۔ مثلاً  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  ایک مربعی قالب ہے۔

سوال نمبر 10۔ صفری قالب کیا ہوتا ہے؟

جواب۔ ایسا قالب جس کے تمام ارکان صفر ہوں صفری قالب کہلاتا ہے مثلاً  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  صفری قالب کو "O" سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

سوال نمبر 11۔ ٹرانسپوز قالب کی تعریف لکھیں اور ایک مثال بھی دیں۔

جواب۔ کسی بھی قالب کی قطاروں کو کالموں میں اور کالموں کو قطاروں میں بدلنے سے حاصل ہونے والا قالب ٹرانسپوز قالب کہلاتا ہے۔ مثلاً اگر

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  ہو تو  $A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$  ہو گا۔

سوال نمبر 12۔ منفی قالب کی تعریف کریں۔

جواب۔ دیے ہوئے قالب A کا منفی قالب  $-A$  ہو گا جس میں دیے ہوئے قالب A کا ہر رکن اس کے منفی اندراج میں بدل دیا جائے۔ مثلاً

اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  ہو تو  $-A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$  ہو گا۔

سوال نمبر 13۔ سمیٹرک قالب کی تعریف کریں اور مثال بھی دیں۔

جواب۔ ایک ایسا مربعی قالب A سمیٹرک قالب کہلاتا ہے جس کا ٹرانسپوز قالب  $(A^t)$  قالب A کے مساوی ہو یعنی کہ  $A^t = A$ ۔ مثلاً اگر

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  ہو تو  $A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

$$A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^t = A$$

سوال نمبر 14۔ سکیو سمیٹرک قالب سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ ایک ایسا مربعی قالب A سکیو سمیٹرک قالب کہلاتا ہے جس کا ٹرانسپوز قالب ( $A^t$ ) قالب A کے منفی قالب کے مساوی ہو یعنی کہ

$$A^t = -A$$

سوال نمبر 15۔ وتری قالب کی تعریف کریں اور مثال بھی دیں۔

جواب۔ ایسا مربعی قالب جس میں وتر کے ارکان میں سے کم از کم ایک رکن غیر صفر ہو اور باقی تمام ارکان صفر ہوں وتری قالب کہلاتا ہے۔ مثلاً

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

سوال نمبر 16۔ سکیلر قالب کی تعریف کریں اور مثال بھی دیں۔

جواب۔ ایسا وتری قالب جس میں وتر کے تمام ارکان برابر ہوں سکیلر قالب کہلاتا ہے مثال کے طور پر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  ایک سکیلر قالب ہے۔

سوال نمبر 17۔ وحدانی یا ضربی ذاتی قالب سے کیا مراد ہے؟

ایسا وتری قالب جس میں وتر کے تمام ارکان 1 ہوں وحدانی یا ضربی ذاتی قالب کہلاتا ہے۔ مثلاً  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  اور  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  وحدانی قالب ہیں۔

سوال نمبر 18۔ قالب کے جمعی ذاتی قالب سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ اگر A اور B دو ہم مرتبہ قالب ہوں اور بلحاظ جمعی خاصیت  $A + B = A = B + A$  ہو تو قالب B کا جمعی ذاتی قالب کہلاتا ہے اور اسکو عموماً O سے ظاہر کرتے ہیں۔

سوال نمبر 19۔ قالب کے جمعی معکوس سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ دو ہم مرتبہ قالب A اور B ایک دوسرے کے جمعی معکوس کہلائیں گے اگر  $A + B = O = B + A$

سوال نمبر 20۔ ضربی ذاتی قالب کیا ہوتا ہے؟

جواب۔ اگر دو قالب A اور B ہوں تو قالب B قالب A کا ضربی ذاتی قالب کہلائے گا اگر  $AB = A = BA$

سوال نمبر 21۔ قالب کے مقطع سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ اگر  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  ایک مربعی قالب ہو تو اس کے مقطع کو  $|A|$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$|A| = \det A \Rightarrow |A| = ad - bc$$

سوال نمبر 22۔ نادر قالب کیا ہوتا ہے؟ ایک مثال دیں۔

جواب۔ ایک مربعی قالب A نادر قالب کہلاتا ہے اگر A کا مقطع صفر کے مساوی ہو یعنی  $|A| = 0$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \quad \text{مثلاً}$$

$$|A| = 12 - 12$$

$$|A| = 0$$

سوال نمبر 23۔ غیر نادر قالب کیا ہوتا ہے؟ ایک مثال دیں۔

جواب۔ ایک مربعی قالب A غیر نادر قالب کہلاتا ہے اگر A کا مقطع صفر کے مساوی نہ ہو یعنی  $|A| \neq 0$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 2 \quad \text{مثلاً}$$

$$\Rightarrow |A| \neq 0$$

سوال نمبر 24۔ قالب کا ایڈجائنٹ سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ کسی مربعی قالب A کے وتر کے ارکان کی جگہ تبدیل کرنے سے اور باقی ارکان کی علامت تبدیل کرنے سے حاصل ہونے والا قالب

ایڈجائنٹ قالب کہلاتا ہے۔ اسکو  $\text{Adj } A$  سے ظاہر کرتے ہیں۔

## حقیقی اور غیر حقیقی اعداد

### یونٹ نمبر: 2

سوال نمبر 1۔ قدرتی اعداد سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ اعداد  $1, 2, 3, 4, \dots$  جو مختلف اشیاء کی گنتی کرنے میں استعمال ہوتے ہیں قدرتی اعداد کہلاتے ہیں۔ سیٹ  $N$  جس میں تمام قدرتی

اعداد شامل ہوتے ہیں کو یوں ظاہر کیا جاتا ہے:  $N = \{1, 2, 3, \dots\}$

سوال نمبر 2۔ مکمل اعداد کی تعریف کریں۔

جواب۔ اگر سیٹ  $N$  میں نمبر 0 شامل کر لیا جائے تو سیٹ  $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  مکمل اعداد کہلاتا ہے۔

سوال نمبر 3۔ صحیح اعداد کی تعریف کریں۔

سیٹ  $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$  بشمول مثبت قدرتی اعداد، منفی قدرتی اعداد اور "0" تمام صحیح اعداد کا

سیٹ کہلاتا ہے۔

سوال نمبر 4۔ ناطق اعداد کی تعریف کریں۔

ایسے اعداد جو  $\frac{p}{q}$  کی شکل میں لکھے جاسکیں جبکہ  $p$  اور  $q$  دونوں صحیح اعداد ہوں اور  $q \neq 0$  ہو، ناطق اعداد کہلاتے ہیں۔ تمام ناطق اعداد  $Q$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

سوال نمبر 5۔ غیر ناطق اعداد کی تعریف کریں۔

ایسے اعداد جو  $\frac{p}{q}$  کی شکل میں نہیں لکھے جاسکتے جبکہ  $p$  اور  $q$  دونوں صحیح اعداد ہوں اور  $q \neq 0$  ہو، غیر ناطق اعداد کہلاتے ہیں۔ تمام غیر ناطق

اعداد کو  $Q$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

سوال نمبر 6۔ حقیقی اعداد کی تعریف کریں۔

ایسے اعداد جو ناطق اعداد اور غیر ناطق اعداد کے یونین سے حاصل ہوتے ہیں حقیقی اعداد کہلاتے ہیں۔ انہیں  $R$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

سوال نمبر 7۔ جمعی ذاتی عنصر سے کیا مراد ہے؟

حقیقی اعداد کے سیٹ  $R$  میں ایک اور صرف ایک رکن 0 موجود ہے جو جمعی ذاتی عنصر کہلاتا ہے۔ جیسا کہ  $a + 0 = a = 0 + a, \forall a \in R$

سوال نمبر 8۔ کمپلیکس عدد کی تعریف کریں۔ یا غیر حقیقی عدد کی تعریف کریں۔

ایک عدد  $Z = a + ib$  جس میں  $a, b \in \mathbb{R}$  اور  $i = \sqrt{-1}$  ایک کمپلیکس عدد یا غیر حقیقی عدد کہلاتا ہے اور انگریزی کے حروف تہجی کے حرف  $Z$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ مثلاً  $Z = 2 + 3i$

سوال نمبر 9۔ کانجوگٹ غیر حقیقی عدد سے کیا مراد ہے؟

غیر حقیقی اعداد  $a + bi$  اور  $a - bi$  ایک دوسرے کا کانجوگٹ کہلاتے ہیں۔

سوال نمبر 10۔ ریڈیکل اور ریڈیکنڈ کا تصور مختصر بیان کریں۔

جواب۔ اگر  $n$  ایک مثبت صحیح عدد ہو جو صحیح عدد 1 سے بڑا ہو تو ایک حقیقی نمبر  $x$  جو حقیقی نمبر  $a$  کا  $n$  واں روٹ ہو ریڈیکل کہلاتا ہے۔ یعنی اگر  $a = x^n$  ہو تو  $x = \sqrt[n]{a}$  یا  $x = a^{\frac{1}{n}}$  بطور علامت لکھا جاتا ہے۔

ریڈیکل  $\sqrt[n]{a}$  میں علامت  $\sqrt[n]{\phantom{a}}$  ریڈیکل کا نشان کہلاتا ہے اور  $n$  کو ریڈیکل کا انڈیکس کہتے ہیں۔ حقیقی نمبر  $a$  ریڈیکل نشان کے ساتھ ریڈیکنڈ یا ریڈیکل کی اساس / بنیاد کہلاتا ہے۔

سوال نمبر 11۔ اعشاری اعداد میں ناطق اعداد کتنی قسم کے ہیں۔

جواب۔ اعشاری اعداد میں ناطق اعداد دو قسم کے ہیں۔

1۔ اختتام پذیر اعشاری ناطق اعداد 2۔ غیر اختتام پذیر تکراری اعشاری اعداد

سوال نمبر 12۔ اختتام پذیر اعشاری ناطق اعداد کیا ہوتے ہیں؟

جواب۔ ایسے اعشاری اعداد ناطق ہوتے ہیں جن کے اعشاری اعداد کی تعداد کتنی میں لائی جاسکے، ایسے اعشاری اعداد کو اختتام پذیر اعشاری ناطق اعداد کہاجاتا ہے۔

مثال کے طور پر  $\frac{2}{5} = 0.4$  اور  $\frac{3}{8} = 0.375$  اختتام پذیر اعشاری ناطق اعداد ہیں۔

سوال نمبر 13۔ غیر اختتام پذیر تکراری اعشاری اعداد کیا ہوتے ہیں؟

جواب۔ ایسے اعشاری اعداد جو غیر اختتام پذیر ہوں جن میں اعشاری عدد دیا اعداد کا ایک بلاک بار بار اعشاری حصہ میں دہرائے جارہے ہوں تکراری اعشاری اعداد کہلاتے ہیں۔

مثال کے طور پر  $\frac{2}{9} = 0.2222\ldots$  اور  $\frac{4}{11} = 0.363636\ldots$  تکراری غیر اختتام پذیر اعشاری ناطق اعداد ہیں۔

## لوگار تھم

### یونٹ نمبر: 3

سوال نمبر 1- سائنسی ترقیم سے کیا مراد ہے؟

جواب- کسی دیے گئے عدد کو سائنسی ترقیم میں لکھنے کے لیے اسے  $a \times 10^n$  کے طور پر لکھا جاتا ہے جبکہ  $1 \leq a \leq 10$  اور  $n$  ایک صحیح عدد ہو۔

سوال نمبر 2- حقیقی عدد کے لوگار تھم سے کیا مراد ہے؟

جواب- اگر  $a^x = y$  جبکہ  $a, x, y \in \mathbb{R}$  اور  $a > 0, y > 0$  اور  $a \neq 1$  تو  $x$  کو اساس  $a$  پر  $y$  کا لوگار تھم کہتے ہیں اور اسے  $\log_a y = x$  لکھتے ہیں

سوال نمبر 3- عام لوگار تھم سے کیا مراد ہے؟

جواب- اساس 10 کے لوگار تھم کو عام لوگار تھم یا بر گز لوگار تھم کہتے ہیں۔

سوال نمبر 4- قدرتی لوگار تھم کی تعریف کریں۔

جواب- اساس  $e$  کے لوگار تھم کو نیپیر لوگار تھم یا قدرتی لوگار تھم کہتے ہیں۔

سوال نمبر 5- خاصہ اور مینٹیا میں کیا فرق ہے؟

جواب- خاصہ: کسی عدد کے لوگار تھم کے صحیح عددی حصے کو لوگار تھم کا خاصہ کہتے ہیں۔ مثلاً  $\log 278.23 = 2.4443$  میں 2 خاصہ ہے۔

مینٹیا: کسی عدد کے لوگار تھم کے کسری حصے کو مینٹیا کہتے ہیں جو ہمیشہ مثبت ہوتا ہے۔ مثلاً  $\log 278.23 = 2.4443$  میں 0.4443 مینٹیا ہے۔

سوال نمبر 6- ضد لوگار تھم سے کیا مراد ہے؟

جواب- وہ عدد جس کا لوگار تھم معلوم ہو ضد لوگار تھم کہلاتا ہے۔ یعنی  $\log y = x$  ہو تو  $y$  کو  $x$  کا ضد لوگار تھم کہتے ہیں اور اسے  $y = \text{antilog } x$  لکھتے ہیں۔

سوال نمبر 7- حوالے کا مقام کیا ہوتا ہے؟

جواب- کسی دیئے ہوئے عدد میں بائیں طرف پہلے غیر صفری ہندسے اور اس سے اگلے ہندسے کی درمیانی جگہ کو حوالے کا مقام کہتے ہیں۔

## الجبری جملے اور الجبری کلیے

یونٹ نمبر: 4

سوال نمبر 1۔ الجبری جملے کی تعریف کریں۔

جواب۔ ایسا جملہ جو مستقل مقداروں یا متغیرات یا دونوں عوامل کے ذریعے ملانے سے بنتا ہے الجبری جملہ کہلاتا ہے مثلاً  $x^2 + 2y^2 + 5$

سوال نمبر 2۔ کثیر رقی کی تعریف کریں۔

جواب۔ ایسا الجبری جملہ جو ایک یا ایک سے زیادہ رقوم پر مشتمل ہوتا ہے جس میں متغیرات کا قوت نما صفر یا مثبت صحیح عدد ہوتا ہے کثیر رقی کہلاتا ہے۔

سوال نمبر 3۔ ناطق جملہ کی تعریف کریں اور ایک مثال بھی دیں۔

جواب۔ ایسا جملہ جو  $\frac{p(x)}{q(x)}$  کی شکل میں لکھا جاسکے جبکہ  $p(x)$  اور  $q(x)$  متغیر  $x$  میں کثیر رقیوں ہوں اور  $q(x) \neq 0$ ، ناطق جملہ کہلاتا ہے۔ مثلاً  $\frac{2x+1}{3x+8}$

سوال نمبر 4۔ غیر ناطق جملہ کی تعریف کریں۔

جواب۔ ایسا جملہ جو  $\frac{p(x)}{q(x)}$  کی شکل میں نہ لکھا جاسکے جبکہ  $p(x)$  اور  $q(x)$  متغیر  $x$  میں کثیر رقیوں ہوں اور  $q(x) \neq 0$ ، غیر ناطق جملہ کہلاتا ہے۔

سوال نمبر 5۔ مقادیر اصم سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ ایسی غیر ناطق مقدار (یا جملہ) جس میں جذری علامت  $\sqrt{\quad}$  کے نیچے ناطق مقدار درج ہو، اسے مقدار اصم کہتے ہیں۔

سوال نمبر 6۔ مجذور سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ مقدار اصم  $\sqrt[n]{a}$  میں  $n$  کو مقدار اصم کا درجہ کہتے ہیں اور ناطق عدد  $a$  کو مجذور کہتے ہیں۔  $\sqrt[3]{7}$  تیسرے درجے کی مقدار اصم ہے۔

سوال نمبر 7۔ یک رقی مقدار اصم کی تعریف کریں۔

جواب۔ ایسی مقدار اصم جس میں ایک ہی رقم موجود ہو یک رقی مقدار اصم کہلاتی ہے۔

سوال نمبر 8۔ دور قتی مقدار اصم سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ دور قوم کے مجموعہ یا فرق پر مشتمل جملہ جس کے دونوں ارکان یک ر قتی مقدار اصم ہوں یا یہ جملہ یک ر قتی مقدار اصم اور ایک ناطق عدد کا مجموعہ ہو، دور قتی مقدار اصم کہلاتا ہے۔

### تجری

یونٹ نمبر: 5

سوال نمبر 1۔ تجری کی تعریف کریں۔

جواب۔ کسی الجبری جملے کو اس کے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھنے کے عمل کو تجری کہتے ہیں۔

سوال نمبر 2۔ مسئلہ باقی سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ اگر کسی کثیر ر قتی جملے  $p(x)$  کو یک درجہ جملہ  $(x - a)$  پر تقسیم کیا جائے تو  $p(a)$  بطور باقی حاصل ہوتا ہے۔

سوال نمبر 3۔ کثیر ر قتی جملے کا زیرو کی تعریف کریں۔

جواب۔ اگر کسی کثیر ر قتی جملے  $p(x)$  میں متغیر  $x$  کی جگہ ایک مخصوص نمبر 'a' درج کرنے سے  $p(a) = 0$  حاصل ہو تو  $x = a$  کو کثیر ر قتی  $p(x)$  کا زیرو کہتے ہیں۔

سوال نمبر 4۔ مسئلہ تجری سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ (i) " اگر کسی کثیر ر قتی  $p(x)$  کے لیے  $p(a) = 0$  ہو جائے تو  $(x - a)$  کثیر ر قتی کا ایک جزو ضربی ہوتا ہے۔ "

(ii) " اس کے برعکس اگر  $(x - a)$  کثیر ر قتی کا جزو ضربی ہو تو  $p(a) = 0$  ہوتا ہے۔ "

## یونٹ نمبر: 6 الجبری جملوں کا ذواضعاف اقل، عادا عظم اور جذر المربع

سوال نمبر 1۔ عادا عظم کی تعریف کریں۔

جواب۔ اگر دو یا دو سے زیادہ الجبری جملے دیے گئے ہوں تو ان کے مشترک اجزائے ضربی کی بڑی سے بڑی قوت کو دیے ہوئے جملوں کا عادا عظم کہتے ہیں۔

سوال نمبر 2۔ ذواضعاف اقل سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ ایک الجبری جملہ  $p(x)$  اگر دیے ہوئے دو یا دو سے زیادہ جملوں سے پورا پورا تقسیم ہوتا ہو اور ان کے مشترک اور غیر مشترک اجزائے ضربی کا چھوٹے سے چھوٹا حاصل ضرب ہو تو  $p(x)$  ان جملوں کا ذواضعاف اقل کہلاتا ہے۔

سوال نمبر 3۔ الجبری جملوں کا جذر المربع سے کیا مراد ہے؟

جواب۔  $p(x)$  ایک دوسرے جملہ  $q(x)$  کا جذر المربع ہو گا اگر  $q(x) \times q(x) = p(x)$

## یونٹ نمبر: 7 یک درجی مساواتیں اور غیر مساواتیں

سوال نمبر 1۔ مساوات کی تعریف کریں۔

جواب۔ ایسا الجبری جملہ جس میں برابری ( $=$ ) کی علامت استعمال ہو مساوات کہلاتی ہے۔

سوال نمبر 2۔ یک درجی مساوات کی تعریف کریں اور اس کی معیاری صورت لکھیں۔

جواب۔ ایسی مساوات جس کا درجہ ایک ہو یک درجی مساوات کہلاتی ہے۔ یک درجی مساوات کی معیاری شکل درج ذیل ہے۔

$$ax + b = 0, \quad a, b \in R, a \neq 0$$

سوال نمبر 3۔ غیر مساوات کی تعریف کریں۔

جواب۔ ایسا الجبری جملہ جس میں  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$  یا  $\geq$  کی علامت استعمال ہو غیر مساوات کہلاتی ہے۔

سوال نمبر 4۔ جذری مساوات سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ ایسی مساوات جس میں کوئی جذری علامت میں متغیر ہو جذری مساوات کہلاتی ہے۔

سوال نمبر 5۔ مترادف مساواتوں کی تعریف کریں۔

جواب۔ دو ایسی مساواتیں جن کے حل سیٹ یکساں ہوں مترادف مساواتیں کہلاتی ہیں۔

سوال نمبر 6۔ آئیڈنٹیٹی سے کیا مراد ہے؟ یا یونیورسل مساوات کسے کہتے ہیں؟

جواب۔ ایسی مساوات جو متغیر کی ہر قیمت کے لیے درست ثابت ہو یونیورسل مساوات یا آئیڈنٹیٹی کہلاتی ہے۔

سوال نمبر 7۔ مشروط مساوات سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ ایسی مساوات جو متغیر کی کم از کم ایک قیمت کے لیے درست ہو لیکن آئیڈنٹیٹی نہ ہو مشروط مساوات کہلاتی ہے۔

سوال نمبر 8۔ ناقابل حل مساوات سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ ایسی مساوات جس کا حل خالی سیٹ ہونا قابل حل مساوات کہلاتی ہے۔

سوال نمبر 9۔ اضافی اصل کی تعریف کریں۔

جواب۔ کسی جذری مساوات کو حل کرنے کے لیے ہم طرفین کا وہ قوت نہالیتے ہیں جو جذری مساوات کو خارج کر دے۔ مساوات کو دو میں سے ہر ایک طرف کی کوئی خاص قوت لینے سے ایسی غیر مترادف مساوات حاصل ہو سکتی ہے۔ جس کے اصل (roots) دی گئی مساوات سے زیادہ ہوں ایسے اصل اضافی اصل کہلاتے ہیں۔

یونٹ نمبر 8: خطی یا لائن گراف اور اس کے مستعملات

سوال نمبر 1۔ مترتب جوڑے سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ ایک مترتب جوڑا دو ارکان کا ایسا جوڑا ہے جس میں ارکان کو ایک خاص ترتیب میں درج کیا جائے۔

دو حقیقی نمبرز  $x$  اور  $y$  کا ایک جوڑا  $(x, y)$  مترتب جوڑا کہلاتا ہے۔ جس میں اس کے ارکان  $x$  اور  $y$  کو ایک مقررہ خاص ترتیب یا اصول کے مطابق درج کیا گیا ہو۔

سوال نمبر 2۔ کارٹیسی مستوی سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ مستوی جو سیدھے خطوط سے بنتی ہے جب وہ ایک دوسرے پر عمود ہوں کار تیسری مستوی کہلاتی ہے۔ باہم عمودی خطوط کے جوڑے کو کو آرڈینیٹ خطوط کہتے ہیں۔ کار تیسری مستوی کو کو آرڈینیٹ مستوی بھی کہتے ہیں۔

سوال نمبر 3۔ قطعہ خط سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ کسی خط 1 پر واقع دو مختلف نقاط P اور Q اور ان کے درمیان تمام نقاط پر مشتمل سیٹ کو قطعہ خط PQ کہتے ہیں اور اسے علامتی طور پر  $\overline{PQ}$  لکھتے ہیں۔

سوال نمبر 4۔ کو لینئر نقاط کی تعریف کریں۔

جواب۔ ایسے نقاط کا سیٹ جو ایک خط یا لائن پر ہوں کو لینئر نقاط کہلاتے ہیں۔

سوال نمبر 5۔ مستوی میں مثلث کی تعریف کریں۔

جواب۔ مستوی میں مثلث ایک ایسی بند شکل ہے جو تین غیر ہم خط نقاط کو ملانے سے بنتی ہے۔

سوال نمبر 6۔ مبداء سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ مستوی کے باہم عمودی خطوط کے مشترک نقطے کو مبداء (origin) کہتے ہیں۔

سوال نمبر 7۔ لیبسیا اور آرڈینیٹ میں کیا فرق ہے۔

جواب۔ کار تیسری مستوی میں کسی بھی نقطہ  $P(x, y)$  کے  $x$  - کو آرڈینیٹ کو لیبسیا اور  $y$  - کو آرڈینیٹ کہا جاتا ہے۔

یونٹ نمبر 9: کو آرڈینیٹ جیومیٹری کا تعارف

سوال نمبر 1۔ کو آرڈینیٹ جیومیٹری کی تعریف کریں۔

جواب۔ کار تیسری مستوی میں جیومیٹری کی اشکال کے مطالعہ کو کو آرڈینیٹ جیومیٹری کہتے ہیں۔

سوال نمبر 2۔ دو نقاط کے درمیان فاصلہ معلوم کرنے کا فارمولا لکھیں۔

جواب۔ اگر  $P(x_1, y_1)$  اور  $Q(x_2, y_2)$  کوئی سے دو نقاط ہوں تو فاصلہ کا فارمولا مندرجہ ذیل ہے۔ اسے  $d$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

سوال نمبر 3۔ ہم خط اور غیر ہم خط نقاط میں کیا فرق ہے؟

جواب۔ ہم خط نقاط: دو یا دو سے زیادہ نقاط جو ایک ہی خط پر واقع ہوں ہم خط (collinear) کہلاتے ہیں۔

غیر ہم خط نقاط: دو یا دو سے زیادہ نقاط جو ایک ہی خط پر واقع نہ ہوں غیر ہم خط (non – collinear) کہلاتے ہیں۔

سوال نمبر 4۔ متساوی الاضلاع مثلث سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ اگر دی ہوئی مثلث کے تینوں اضلاع کی لمبائی برابر ہو تو مثلث متساوی الاضلاع مثلث کہلاتی ہے۔

سوال نمبر 5۔ متساوی الساقین مثلث سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ ایسی مثلث جس کے دو اضلاع کی لمبائی برابر ہو جبکہ تیسرے ضلع کی لمبائی مختلف ہو متساوی الساقین مثلث کہلاتی ہے۔

سوال نمبر 6۔ قائمہ الزاویہ مثلث کی تعریف کریں۔

جواب۔ ایسی مثلث جس کے اندرونی زاویوں میں سے ایک زاویہ  $90^0$  ہو قائمہ الزاویہ مثلث کہلاتی ہے۔

سوال نمبر 7۔ مختلف الاضلاع مثلث سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ ایسی مثلث جس کے تینوں اضلاع کی لمبائیاں مختلف ہوں مختلف الاضلاع مثلث کہلاتی ہے۔

سوال نمبر 8۔ مستوی میں مربع کی تعریف کریں۔

جواب۔ مستوی میں مربع ایک ایسی بند شکل ہے جو چار غیر ہم خط نقاط سے بنتی ہے۔ اس کے چاروں اضلاع کی لمبائی برابر اور ہر زاویہ  $90^0$  کا ہوتا ہے۔

سوال نمبر 8۔ مستوی میں مستطیل کی تعریف کریں۔

جواب۔ مستوی میں ایک ایسی بند شکل جو چار غیر ہم خط نقاط سے بنتی ہے مستطیل کہلاتی ہے اگر اس کے

(i) آمنے سامنے کے اضلاع لمبائی میں برابر ہوں۔ (ii) آمنے سامنے کے اضلاع متوازی ہوں۔

(iii) ہر کونے پر  $90^0$  کا زاویہ ہو۔

سوال نمبر 9۔ متوازی الاضلاع کی تعریف کریں۔

جواب۔ مستوی میں چار غیر ہم خط نقاط سے بنائی ہوئی بند شکل متوازی الاضلاع کہلاتی ہے اگر

(i) شکل کے بالمقابل اضلاع کی لمبائی برابر ہو (ii) شکل کے بالمقابل اضلاع باہم متوازی ہوں

(iii) شکل کے اندرونی زاویوں میں سے کوئی بھی زاویہ  $90^\circ$  کا نہ ہو۔

سوال نمبر 10۔ مسئلہ فیثاغورث بیان کریں۔

جواب۔ اگر ABC ایک قائمہ الزاویہ مثلث ہے۔ تو

$$|AB|^2 = |BC|^2 + |CA|^2 \quad \text{جبکہ } \angle ACB = 90^\circ$$

سوال نمبر 11۔ ہم لائن نقاط کی تعریف کریں۔

جواب۔ ایسے نقاط جو ایک ہی خط مستقیم پر واقع ہوں ہم لائن نقاط کہلاتے ہیں۔

سوال نمبر 12۔ دو نقاط کا درمیانی نقطہ معلوم کرنے کا کلیہ لکھیں۔

جواب۔ اگر مستوی میں کوئی سے دو نقاط  $P(x_1, y_1)$  اور  $Q(x_2, y_2)$  ہوں تو ان کا درمیانی نقطہ  $R(x, y)$  قطعہ خط PQ واقع ہو گا اور

$$R(x, y) = R\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

### یونٹ 10 تا یونٹ 17

سوال نمبر 1۔ متماثل مثلثان یا مثلثوں کی مماثلت سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ دو مثلثیں متماثل (علامت  $\cong$ ) کہلاتی ہیں اگر ان کے درمیان کم از کم ایک (1 - 1) مطابقت ایسی قائم کی جاسکے جس میں باہم

مطابقت رکھنے والے اضلاع اور زاویے متماثل ہوں۔

سوال نمبر 2۔ ض۔ ض۔ ض کا موضوعہ سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ دو مثلثوں کی دی ہوئی کسی مطابقت میں اگر ایک مثلث کے دو اضلاع اور ان کا درمیانی زاویہ دوسری مثلث کے متناظرہ دو اضلاع اور ان

کے درمیانی زاویہ کے متماثل ہوں تو وہ مثلثیں متماثل ہوں گی۔

سوال نمبر 3-ز-ض-ز کا موضوع بیان کریں۔ (ز-ض-ز  $\cong$  ز-ض-ز)

جواب۔ دو مثلثوں کی کسی مطابقت میں اگر ایک مثلث کا ایک ضلع اور کوئی دو زاویے دوسری مثلث کے متناظرہ ضلع اور زاویوں کے متماثل ہوں تو وہ مثلثیں متماثل ہوتی ہیں۔

سوال نمبر 4-ض-ز-ز  $\cong$  ض-ز-ز سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ دو مثلثوں کی کسی مطابقت میں اگر ایک مثلث کا ایک ضلع اور کوئی دو زاویے دوسری مثلث کے متناظرہ ضلع اور زاویوں کے متماثل ہوں تو وہ مثلثیں متماثل ہوتی ہیں۔

سوال نمبر 5-ض-ض-ض  $\cong$  ض-ض-ض سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ اگر دو مثلثوں کی کسی مطابقت میں ایک مثلث کے تینوں اضلاع دوسری مثلث کے متناظرہ اضلاع کے متماثل ہوں تو وہ مثلثیں متماثل ہوتی ہیں۔

سوال نمبر 6-وتر-ضلع  $\cong$  وتر-ضلع سے کیا مراد ہے؟ یا قائمہ الزاویہ مثلثیں کب متماثل ہوتی ہیں؟

جواب۔ اگر دو قائمہ زاویہ مثلثوں کی کسی مطابقت میں ایک مثلث کا وتر اور ایک ضلع دوسری مثلث کے وتر اور متناظرہ ضلع کے متماثل ہوں تو وہ مثلثیں متماثل ہوں گی۔

سوال نمبر 7-معین کی تعریف کریں۔

جواب۔ معین ایک ایسی چوکور ہوتی ہے جس کے تمام اضلاع مربع کی طرح برابر ہوتے ہیں لیکن تمام زاویے  $90^\circ$  کے نہیں ہوتے۔ معین کے مخالف زاویے لمبائی میں برابر ہوتے ہیں۔

سوال نمبر 8-مثلث کے وسطانیے کی تعریف کریں۔

جواب۔ مثلث کے وسطانیے ایسے قطعات خط ہوتے ہیں جو مثلث کے تینوں راسوں کو ان کے مخالف اضلاع کے وسطی نقطہ سے ملاتے ہیں۔

سوال نمبر 9-تنصیف سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ تنصیف سے مراد ہے کہ کسی قطعہ خط یا کسی زاویے کو دو برابر حصوں میں تقسیم کر دینا۔

سوال نمبر 10۔ قطعہ خط کے عمودی ناصف سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ ایک خط 1 کسی قطعہ خط کا عمودی ناصف کہلاتا ہے اگر 1 قطعہ خط پر عمود ہو اور قطعہ خط کے وسطی نقطہ میں سے گزرے۔

سوال نمبر 11۔ زاویہ کے ناصف سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ اگر  $\angle ABC$  کے اندر کوئی نقطہ P اس طرح واقع ہو کہ  $\angle ABP = \angle PBC$  تو  $\overline{BP}$  کو  $\angle ABC$  کا ناصف کہتے ہیں۔

سوال نمبر 12۔ نسبت کی تعریف کریں۔

جواب۔ نسبت دو ہم اکائی مقداروں کے درمیان ایسا عددی تعلق ہے جو یہ بتاتا ہے کہ ایک مقدار دوسری مقدار کا کون سا حصہ یا کتنے گنا ہے۔ مثلاً  $a : b = \frac{a}{b}$  یہاں مقدار a پہلا جبکہ مقدار b دوسرا رکن ہے۔

سوال نمبر 13۔ تناسب سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ دو نسبتوں کے درمیان برابری کے تعلق کو تناسب کہتے ہیں یعنی اگر  $a : b = c : d$  ہو تو مقداروں a, b, c اور d تناسب میں ہوگی۔

سوال نمبر 14۔ متشابہ مثلثان سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ دو مثلثیں متشابہ (علامت ~) کہلاتی ہیں اگر ان کے متناظرہ زاویے متماثل اور متناظرہ اضلاع متناسب ہوں۔

سوال نمبر 15۔ مسئلہ فیثاغورث بیان کریں۔

جواب۔ ایک قائمہ الزاویہ مثلث کے وتر کی لمبائی کا مربع دوسرے دونوں اضلاع کی لمبائیوں کے مربعوں کے مجموعہ کے برابر ہوتا ہے۔

سوال نمبر 16۔ کسی شکل کے رقبہ کی تعریف کریں۔

جواب۔ کسی بند شکل کی حد بندی کرنے والے قطعات خط جس علاقے کا احاطہ کرتے ہیں وہ شکل کا رقبہ کہلاتا ہے۔

سوال نمبر 17۔ مثلث کے اندرونہ کی تعریف کریں۔

جواب۔ مستوی کے ایسے تمام نقاط کا سیٹ جو کسی مثلث کے اندر ہوں مثلث کا اندرونہ کہلاتا ہے۔

سوال نمبر 18۔ مثلثی علاقہ کسے کہتے ہیں؟

جواب۔ کسی مثلث اور اس کے اندرونہ کے یونین کو مثلثی علاقہ کہتے ہیں۔

سوال نمبر 19۔ مستطیل کے اندرونہ کی تعریف کریں۔

جواب۔ مستوی کے ایسے تمام نقاط کا سیٹ جو کسی مستطیل کے اندر واقع ہوں مستطیل کا اندرونہ کہلاتا ہے۔

سوال نمبر 20۔ مستطیلی علاقہ کسے کہتے ہیں؟

جواب۔ کسی مستطیل اور اس کے اندرونہ کے یونین کو مستطیلی علاقہ کہتے ہیں۔

سوال نمبر 21۔ مثلث کے ارتفاع کی تعریف کریں۔

جواب۔ اگر کسی مثلث کے ایک ضلع کو قاعدہ مان لیا جائے تو مخالف راس سے اس قاعدہ تک عمودی فاصلہ مثلث کا ارتفاع کہلاتا ہے۔ یا مثلث کے

کسی ایک راس سے گرایا ہوا قطعہ خط جو بالمتقابل ضلع پر عمود ہو اسے مثلث کا ارتفاع کہتے ہیں۔

سوال نمبر 22۔ متوازی الاضلاع کے ارتفاع کی تعریف کریں۔

جواب۔ اگر کسی متوازی الاضلاع کے ایک ضلع کو قاعدہ مان لیا جائے تو قاعدہ اور اس کے متوازی ضلع کے درمیان عمودی فاصلہ کو متوازی

لاضلاع کا ارتفاع کہتے ہیں۔

سوال نمبر 23۔ ہم نقطہ خطوط کی تعریف کریں۔

جواب۔ تین یا تین سے زیادہ خطوط ہم نقطہ کہلاتے ہیں اگر وہ ایک ہی نقطہ میں سے گزریں۔

سوال نمبر 24۔ مثلث کے محصور یا اندرونی مرکز سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ کسی مثلث کے اندرونی زاویوں کے ناصف جس نقطہ پر ملتے ہیں اسے مثلث کا محصور یا اندرونی مرکز کہتے ہیں۔

سوال نمبر 25۔ مثلث کے محاصرہ مرکز سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ ایک مثلث کے محاصرہ مرکز سے مراد ایک ایسا نقطہ ہے جہاں مثلث کے تینوں اضلاع کے عمودی ناصف ہم نقطہ ہوتے ہیں

سوال نمبر 26۔ مثلث کے وسطانیہ سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ مثلث کا وسطانیہ ایک ایسا قطعہ خط ہوتا ہے جو مثلث کے ایک راس کو بالمقابل ضلع کے وسطی نقطہ سے ملائے

سوال نمبر 27۔ مثلث کے عمودی مرکز یا آرتھوسنٹر سے کیا مراد ہے؟

جواب۔ مثلث کے عمودی مرکز یعنی آرتھوسنٹر سے مراد ایک ایسا نقطہ ہے جہاں پر مثلث کے تینوں عمود ہم نقطہ ہوتے ہیں۔

سوال نمبر 28۔ مرکز نما کی تعریف کریں یا مثلث کا مرکز نما کسے کہتے ہیں؟ یا سنٹر انڈ کی تعریف کریں۔

جواب۔ کسی مثلث کے تینوں وسطانیہ ہم نقطہ ہوتے ہیں اور اس نقطہ کو مثلث کا مرکز نما کہتے ہیں۔

### حکمت کی باتیں

☆ دانا وہ ہے جو گردشِ ایام سے تنگ نہ ہو۔

☆ لالچ ایسی پیاس ہے جسے سمندر کا پانی بھی نہیں بجاسکتا۔

☆ چہروں پر اعتبار نہ کرنا، سب سے بڑا دھوکہ یہ چہرے ہی دیتے ہیں۔

☆ کسی سے نیکی کرو تو یہ سمجھ کر کرو کہ یہ نیکی تم اپنی ذات سے کر رہے ہو۔

☆ کم بولنے والے اور دوسروں کی خوب سننے والوں کی ہر وقت ہر جگہ استقبال ہوتا ہے۔

☆ تمہارے پاس اگر تمہاری پسندیدہ چیزیں نہیں ہیں تو موجودہ چیزوں کو ہی پسند کر لو۔

☆ روزی اگر عقل سے حاصل کی جاتی تو دنیا کے سارے بے وقوف بھوکے مر جاتے۔

☆ دوسروں کا مزاج چاہے تمہیں پسند آئے یا نہ آئے اپنا اچھا مزاج چھوڑنا نہیں چاہیے۔

☆ خود کو سنوارنے اور اپنی زندگی بہتر بنانے میں اس قدر مگن ہو جاؤ کہ دوسروں پر تنقید کیلئے آپ کے پاس وقت ہی نہ ہو۔

اگر آپ ان ٹیسٹوں اور نوٹس پر ٹیچر، یا اپنے ادارے (سکول، اکیڈمی، کالج) کے نام اور لوگو کے ساتھ استعمال کرنا چاہتے ہیں تو آپ ہم سے رابطہ کریں ہم آپ کو تمام ٹیسٹ اور نوٹس سو فٹ فارم میں دیں گے، تمام نوٹس اور ٹیسٹوں پر آپ کے ادارے کا نام اور مونو گرام ہماری ٹیم خود لگا کر دے گے

## تمام ڈیٹا پنجاب کے تمام بورڈز کے مطابق بنایا گیا ہے

اس ڈیٹا کے علاوہ ہمارے پاس اول کلاس سے لے کر بارہویں کلاس تک مختلف قسم کے ٹیسٹ سیشن موجود ہیں جو بوتھ انگلش اور اردو میڈیم میں بنائے گئے ہیں جو خاص طور پر ہماری ٹیم آپ کے ادارے سکول اکیڈمی، کالج کیلئے ہر سال نیو ٹیسٹ تیار کرتی ہیں تمام ٹیسٹ سو فٹ فارم میں آپ کے نام اور لوگو کے ساتھ مندرجہ ذیل کیے جائے گئے۔ یہ تمام ٹیسٹوں کا ڈیٹا یونیک ہے جو انٹرنیٹ پر پہلے سے موجود نہیں ہے

(2) دو، دو چپٹر کے دو قسم کے راؤنڈ ہیں

(1) ایک، ایک چپٹر کے چار اقسام کے مختلف راؤنڈ ہیں

(4) فرسٹ ہاف بک اور سیکنڈ ہاف بک ہے اور فل بک ٹیسٹ، دو اقسام کے راؤنڈ ہیں

(3) کوارٹر وائز تین تین چپٹر کے ٹیسٹ ہیں

ان تمام ٹیسٹوں کے مختلف راؤنڈ کو ان سیشن میں استعمال کر سکتے ہیں جس میں ہفتہ وار ٹیسٹ، ہاف ماہ کا ٹیسٹ، ماہانہ ٹیسٹ، دو ماہ بعد دو دو چپٹر کا ٹیسٹ، کوارٹر وائز ٹیسٹ، آخری ٹیسٹ سیشن ٹرم کیلئے چپٹر وائز ٹیسٹ، ٹرم وائز، اور فل بک ٹیسٹ، آپ ان تمام ٹیسٹوں کو اپنی مرضی سے شیڈیول کر سکتے ہیں۔

ان میں سے آپ کوئی بھی راؤنڈ آپ اپنی ضرورت کے مطابق خرید سکتے ہیں تمام راؤنڈ کی قیمت مختلف ہیں

ہم سے رابطہ کرنے کیلئے آپ ہمیں فیس بک، ویب سائٹ کے کانٹیکٹ پیج، یا کال، واٹس اپ پر رابطہ کر سکتے ہیں

What's app # 0348-7755457 Our Facebook Page

<https://www.facebook.com/Topstudynotes> Gmail id [topstudynotes@gmail.com](mailto:topstudynotes@gmail.com)